

2016
APPLIED MATHEMATICS
PART-I

निर्धारित समय : 1/2 घंटा]

Time allowed : 1/2 Hour]

[अधिकतम अंक : 30

[Maximum Marks : 30

नोट : (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं एवं प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

Note : All Questions are compulsory and each question is of 1 mark.

(ii) दोनों भाषाओं में अन्तर होने की स्थिति में अंग्रेजी अनुवाद ही मान्य है ।

Only English version is valid in case of difference in both the languages.

1. यदि ${}^nC_8 = {}^nC_{12}$ तो n का मान है

- (a) 4
- (b) 15
- (c) 20
- (d) 24

2. ${}^{10}P_2$ का मान है

- (a) 10
- (b) 90
- (c) 45
- (d) 8

1. If ${}^nC_8 = {}^nC_{12}$, then the value of n is

- (a) 4
- (b) 15
- (c) 20
- (d) 24

2. The value of ${}^{10}P_2$ is

- (a) 10
- (b) 90
- (c) 45
- (d) 8

3. $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ का मध्य पद है

- (a) $10x^8$
- (b) 252
- (c) $-10x^8$
- (d) -252

4. $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ का मापांक है

- (a) 1
- (b) $\frac{1}{2}$
- (c) 2
- (d) 0

5. $\sin 570^\circ$ का मान है

- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) $-\frac{1}{2}$
- (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. $\cos 62^\circ \cos 17^\circ + \sin 62^\circ \sin 17^\circ$ का मान है

- (a) 1
- (b) -1
- (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

3. The middle term of $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$ is

- (a) $10x^8$
- (b) 252
- (c) $-10x^8$
- (d) -252

4. The modulus of $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ is

- (a) 1
- (b) $\frac{1}{2}$
- (c) 2
- (d) 0

5. The value of $\sin 570^\circ$ is

- (a) $\frac{1}{2}$
- (b) $-\frac{1}{2}$
- (c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (d) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

6. The value of $\cos 62^\circ \cos 17^\circ + \sin 62^\circ \sin 17^\circ$ is

- (a) 1
- (b) -1
- (c) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
- (d) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$

7. यदि मैट्रिक्स $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ हो तो मैट्रिक्स A^2 है

(a) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 7 & -10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

8. सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ का मान है

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) 7

9. यदि किसी त्रिभुज के शीर्ष $(2, 1)$, $(5, 2)$ और $(-1, 3)$ हो तो त्रिभुज का केन्द्रक है

(a) $(1, 1)$

(b) $(2, 2)$

(c) $(3, 3)$

(d) $(0, 0)$

10. बिन्दुओं $(3, 3)$ और $(7, 6)$ से गुजरने वाली सरल रेखा का समीकरण है

(a) $x - y + 1 = 0$

(b) $y = x$

(c) $x + y + 3 = 0$

(d) $3x - 4y + 3 = 0$

7. If matrix $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$, then matrix A^2 is

(a) $\begin{bmatrix} 7 & 10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$

(b) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

(c) $\begin{bmatrix} 7 & -10 \\ 15 & 22 \end{bmatrix}$

(d) $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

8. The value of determinant $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 6 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ is

(a) 0

(b) 1

(c) 3

(d) 7

9. If vertices of any triangle are $(2, 1)$, $(5, 2)$ and $(-1, 3)$, then the centroid of the triangle is

(a) $(1, 1)$

(b) $(2, 2)$

(c) $(3, 3)$

(d) $(0, 0)$

10. The straight line passing through the points $(3, 3)$ and $(7, 6)$ is

(a) $x - y + 1 = 0$

(b) $y = x$

(c) $x + y + 3 = 0$

(d) $3x - 4y + 3 = 0$

11. सरल रेखाओं $3x + 4y + 7 = 0$ और $4x - 3y + 1 = 0$ के मध्य कोण है
 (a) 15° (b) 30°
 (c) 45° (d) 90°
12. वृत्त $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ का केन्द्र है
 (a) (2, 3)
 (b) (-2, -3)
 (c) (2, -3)
 (d) (-2, 3)
13. परवलय $y^2 = 16x$ की नाभि है
 (a) (0, 0)
 (b) (4, 0)
 (c) (1, 0)
 (d) (0, 1)
14. वृत्त $x^2 + y^2 = 12x$ की त्रिज्या है
 (a) 2 (b) 4
 (c) 6 (d) 12
15. दीर्घवृत्त $4x^2 + 9y^2 = 1$ की उत्केन्द्रता है
 (a) $\frac{1}{2}$
 (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 (c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
 (d) $\frac{1}{3}$

11. The angle between lines $3x + 4y + 7 = 0$ and $4x - 3y + 1 = 0$ is
 (a) 15° (b) 30°
 (c) 45° (d) 90°
12. The centre of the circle $x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$ is
 (a) (2, 3)
 (b) (-2, -3)
 (c) (2, -3)
 (d) (-2, 3)
13. The focus of the parabola $y^2 = 16x$ is
 (a) (0, 0)
 (b) (4, 0)
 (c) (1, 0)
 (d) (0, 1)
14. Radius of the circle $x^2 + y^2 = 12x$ is
 (a) 2 (b) 4
 (c) 6 (d) 12
15. Eccentricity of the ellipse $4x^2 + 9y^2 = 1$ is
 (a) $\frac{1}{2}$
 (b) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 (c) $\frac{\sqrt{5}}{3}$
 (d) $\frac{1}{3}$

16. अतिपरवलय $9x^2 - 16y^2 = 144$ की नाभिलम्ब की लम्बाई है

- (a) 2
(b) $\frac{5}{4}$
(c) $\frac{9}{2}$
(d) 1

17. सदिश $2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ और $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ के मध्य कोण है

- (a) 90°
(b) 45°
(c) 30°
(d) 0°

18. यदि किसी समान्तर चतुर्भुज की आसन्न भुजायें क्रमशः $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ और $-3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ हैं तो समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल होगा,

- (a) 0
(b) 1
(c) $6\sqrt{5}$
(d) $3\sqrt{2}$

19. फलन $f(x) = \frac{1}{x}$ का प्रान्त है

- (a) R^+ (b) R^-
(c) R (d) $R - \{0\}$

16. Length of latus rectum of the hyperbola $9x^2 - 16y^2 = 144$ is

- (a) 2
(b) $\frac{5}{4}$
(c) $\frac{9}{2}$
(d) 1

17. The angle between vectors $2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ is

- (a) 90°
(b) 45°
(c) 30°
(d) 0°

18. If two adjacent sides of a parallelogram are $\hat{i} + 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $-3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$, then the area of the parallelogram is

- (a) 0
(b) 1
(c) $6\sqrt{5}$
(d) $3\sqrt{2}$

19. The domain of the function $f(x) = \frac{1}{x}$ is

- (a) R^+ (b) R^-
(c) R (d) $R - \{0\}$

20. यदि फलन $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$ तो $f(\tan \theta)$ का मान है

- (a) $\tan 2\theta$
- (b) $\sin 2\theta$
- (c) $\cos 2\theta$
- (d) $\cot 2\theta$

21. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ का मान है

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 4

22. यदि $y = x \sin x$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान है

- (a) $x \cos x + \sin x$
- (b) $x + \cos x$
- (c) $-x \cos x + \sin x$
- (d) $1 + \cos x$

23. यदि $y = e^{\sin x}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान है

- (a) $e^{\cos x}$
- (b) $e^{\sin x} \cos x$
- (c) $e^{\cos x} \cos x$
- (d) $e^{\sin x} + \cos x$

20. If function $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$, then the value of $f(\tan \theta)$ is

- (a) $\tan 2\theta$
- (b) $\sin 2\theta$
- (c) $\cos 2\theta$
- (d) $\cot 2\theta$

21. The value of $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ is

- (a) 0
- (b) 1
- (c) 2
- (d) 4

22. If $y = x \sin x$, then the value of $\frac{dy}{dx}$ is

- (a) $x \cos x + \sin x$
- (b) $x + \cos x$
- (c) $-x \cos x + \sin x$
- (d) $1 + \cos x$

23. If $y = e^{\sin x}$, then $\frac{dy}{dx}$ is

- (a) $e^{\cos x}$
- (b) $e^{\sin x} \cos x$
- (c) $e^{\cos x} \cos x$
- (d) $e^{\sin x} + \cos x$

24. यदि $\cos x$ की तुलना में x दुगनी दर से बढ़े तो x का मान है

- (a) 30°
- (b) 45°
- (c) 90°
- (d) 210°

25. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ का मान है

- (a) $\sin x + \cos x + c$
- (b) $\tan x - \cot x + c$
- (c) $\tan x + \cot x + c$
- (d) $\sin x - \cos x + c$

26. $\int e^{\sin x} \cos x dx$ का मान है

- (a) $e^{\sin x} + c$
- (b) $e^{\sin x} + \cos x + c$
- (c) $e^{\cos x} + c$
- (d) $e^{\sin x} - \cos x + c$

27. $\int_0^1 x^2 dx$ का मान है

- (a) 1
- (b) 0
- (c) $\frac{1}{3}$
- (d) -1

24. If x increases twice in comparison of its $\cos x$, then the value of x is

- (a) 30°
- (b) 45°
- (c) 90°
- (d) 210°

25. The value of $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$ is

- (a) $\sin x + \cos x + c$
- (b) $\tan x - \cot x + c$
- (c) $\tan x + \cot x + c$
- (d) $\sin x - \cos x + c$

26. The value of $\int e^{\sin x} \cos x dx$ is

- (a) $e^{\sin x} + c$
- (b) $e^{\sin x} + \cos x + c$
- (c) $e^{\cos x} + c$
- (d) $e^{\sin x} - \cos x + c$

27. The value of $\int_0^1 x^2 dx$ is

- (a) 1
- (b) 0
- (c) $\frac{1}{3}$
- (d) -1

28. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \, dx$ का मान है

- (a) 2
- (b) 1
- (c) 0
- (d) 3

29. अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 2\frac{dy}{dx} + y = 0$

की कोटि है

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 0

30. अवकल समीकरण

$$\left[y + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{4/3} = x\frac{d^2y}{dx^2} \text{ की घात है}$$

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4

28. The value of $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \cos x \, dx$ is

- (a) 2
- (b) 1
- (c) 0
- (d) 3

29. The order of the differential equation

$$\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 2\frac{dy}{dx} + y = 0 \text{ is}$$

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 0

30. The degree of differential equation

$$\left[y + x\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{4/3} = x\frac{d^2y}{dx^2} \text{ is}$$

- (a) 1
- (b) 2
- (c) 3
- (d) 4

2016
APPLIED MATHEMATICS
PART-II

निर्धारित समय : तीन घंटे]
Time allowed : Three Hours]

[अधिकतम अंक : 70
[Maximum Marks : 70

- नोट : (i) प्रथम प्रश्न अनिवार्य है, शेष में से किन्हीं पाँच के उत्तर दीजिये ।
Note : Question No. 1 is compulsory, answer any five questions from the remaining.
- (ii) प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों को क्रमवार एक साथ हल कीजिए ।
Solve all parts of a question consecutively together.
- (iii) प्रत्येक प्रश्न को नये पृष्ठ से प्रारम्भ कीजिए ।
Start each question on a fresh page.
- (iv) दोनों भाषाओं में अन्तर होने की स्थिति में अंग्रेजी अनुवाद ही मान्य है ।
Only English version is valid in case of difference in both the languages.

1. (i) सम्मिश्र संख्या $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ को ध्रुवीय रूप में लिखिए ।

Write the complex number $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$ in polar form.

- (ii) सिद्ध कीजिये कि मैट्रिक्स $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$; ऐकिक मैट्रिक्स है ।

Prove that the matrix $A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$ is a unitary matrix.

- (iii) यदि $f(\theta) = \tan \theta$, तो सिद्ध कीजिए :

If $f(\theta) = \tan \theta$, then prove that

$$f(2\theta) = \frac{2f(\theta)}{[1 - \{f(\theta)\}^2]}$$

(iv) ज्ञात कीजिये :

Evaluate :

$$\int \frac{(e^x - e^{-x})dx}{(e^x + e^{-x})}$$

(v) बिन्दु (5, 5) से सरल रेखा $3x - 4y + 10 = 0$ की लम्बवत दूरी ज्ञात कीजिए ।

Find the perpendicular distance from the point (5, 5) to the straight line $3x - 4y + 10 = 0$. (2x5)

2. (i) सिद्ध कीजिए :

Prove that :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sqrt{\sin x} dx}{(\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x})} = \frac{\pi}{4}$$

(ii) सिद्ध कीजिए :

Prove that :

$$\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{16} \quad (6+6)$$

3. (i) प्रतिलोम मैट्रिक्स विधि का प्रयोग कर निम्न समीकरणों को हल कीजिए :

Solve the following equations by using Inverse matrix method :

$$2x - y + 3z = 9 ; x + y + z = 6 ; x - y + z = 2.$$

(ii) सिद्ध कीजिए :

Prove that :

$$\begin{vmatrix} 1 & a & a^3 \\ 1 & b & b^3 \\ 1 & c & c^3 \end{vmatrix} = (a - b)(b - c)(c - a)(a + b + c) \quad (6+6)$$

4. (i) उस वृत्त का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दुओं (1, 2) ; (3, -4) एवं (5, 6) से गुजरता है ।

Find the equation of the circle which passes through the points (1, 2) ; (3, -4) and (5, 6).

- (ii) अतिपरवलय $x^2 - 2y^2 - 2x + 8y - 1 = 0$ का केन्द्र, नाभि, अक्षों की लम्बाई एवं नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the centre, focus, length of axes and length of latus rectum of the hyperbola

$$x^2 - 2y^2 - 2x + 8y - 1 = 0. \quad (6+6)$$

5. (i) सिद्ध कीजिए कि वक्र $ax^2 + by^2 = 1$ तथा $a^1x^2 + b^1y^2 = 1$; एक दूसरे को समकोण पर काटेंगे यदि $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \left(\frac{1}{a^1} - \frac{1}{b^1}\right)$

Prove that the curves $ax^2 + by^2 = 1$ and $a^1x^2 + b^1y^2 = 1$, intersects Orthogonally if $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) = \left(\frac{1}{a^1} - \frac{1}{b^1}\right)$.

- (ii) निम्न समाकल को हल कीजिए :

Solve the following integrals :

$$\int \frac{xe^x dx}{(x+1)^2} \quad (6+6)$$

6. (i) समाकल $\int \frac{(x^2-1) dx}{(x^4+1)}$ का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of integral $\int \frac{(x^2-1) dx}{(x^4+1)}$.

- (ii) निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

Solve the following differential equation :

$$\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x \quad (6+6)$$

7. (i) निम्न अवकल समीकरण को हल कीजिए :

Solve the following differential equation :

$$(D^2 + 3D + 2)y = e^x + \sin 2x$$

- (ii) $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$ के द्विपद प्रसार में 10वाँ पद ज्ञात कीजिए।

Find the 10th term in Binomial expansion of $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{12}$. (6+6)

8. (i) यदि सदिश $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$; $(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ और $(3\hat{i} + P\hat{j} + 5\hat{k})$ समतलीय हैं, तो P का मान ज्ञात कीजिए ।

If vectors $(2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$; $(\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ and $(3\hat{i} + P\hat{j} + 5\hat{k})$ are coplanar, then find value of P.

- (ii) बिन्दु $(2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$ से होकर जाने वाले बल $(3\hat{i} + \hat{k})$ का बिन्दु $(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ के सापेक्ष आघूर्ण ज्ञात कीजिए ।

Find the moments of the force $(3\hat{i} + \hat{k})$ about the point $(\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k})$ which passes through the point $(2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k})$.

(6+6)