

2022

APPLIED MATHEMATICS

निर्धारित समय : 3 घंटे]

Time allowed : 3 Hours]

[अधिकतम अंक : 70

[Maximum Marks : 70

नोट : (i) प्रथम प्रश्न अनिवार्य है, शेष में से किन्हीं पाँच के उत्तर दीजिये ।

Note : Question No. 1 is compulsory, answer any FIVE questions from the remaining.

(ii) प्रत्येक प्रश्न के सभी भागों को क्रमवार एक साथ हल कीजिये ।

Solve all parts of a question consecutively together.

(iii) प्रत्येक प्रश्न को नये पृष्ठ से प्रारम्भ कीजिये ।

Start each question on fresh page.

(iv) दोनों भाषाओं में अन्तर होने की स्थिति में अंग्रेजी अनुवाद ही मान्य है ।

Only English version is valid in case of difference in both the languages.

1. (i) 8C_3 का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of 8C_3 .

(ii) $\sin 22^\circ \cos 38^\circ + \cos 22^\circ \sin 38^\circ$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\sin 22^\circ \cos 38^\circ + \cos 22^\circ \sin 38^\circ$.

(iii) लांबिक मैट्रिक्स की परिभाषा लिखिए ।

Write the definition of orthogonal matrix.

(iv) बिन्दु (3, 3) तथा (7, 6) से गुजरने वाली रेखा का ढाल ज्ञात कीजिए ।

Find the slope of a line passing through the points (3, 3) and (7, 6).

(v) वृत्त $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ के केन्द्र के निर्देशांक लिखिए ।

Write co-ordinates of the centre of the circle $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.

(vi) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ का मान लिखिए ।

Write the value of $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$.

(vii) $\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v}\right)$ का सूत्र लिखिए ।

Write the formula of $\frac{d}{dx} \left(\frac{u}{v}\right)$.

(viii) $\int_0^1 x^3 dx$ का मान ज्ञात कीजिए ।

Find the value of $\int_0^1 x^3 dx$.

(ix) अवकल समीकरण $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 2\frac{dy}{dx} + y = 0$ की घात लिखिए ।

Write the degree of the differential equation $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)^2 + 2\frac{dy}{dx} + y = 0$.

(x) सदिश $2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$ का मापांक ज्ञात कीजिए ।

Find the modulus of the vector $2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$.

(1×10)

2. (i) समिश्र संख्या $1 - \sqrt{3}i$ का मापांक एवं कोणांक ज्ञात कीजिए ।

Find the modulus and argument of the complex number $1 - \sqrt{3}i$.

(ii) परबल $y^2 = 12x$ की नाभि के निर्देशांक एवं नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए ।

Find the co-ordinate of focus and length of latus rectum of the parabola $y^2 = 12x$.

(iii) सदिश $2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ एवं $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ का अदिश गुणनफल ज्ञात कर इनके मध्य का कोण भी लिखिए ।

Find the scalar product of two vectors $2\hat{i} + 3\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, then write the angle between those two vectors.

- (iv) सिद्ध कीजिए कि निम्न मैट्रिक्स हर्मीशियन है :

Prove that the following matrix is a Hermitian :

$$\begin{bmatrix} 3 & 1+2i \\ 1-2i & 3 \end{bmatrix}$$

- (v) समाकलन
- $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$
- को हल कीजिए ।

Solve the integral $\int \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} dx$.

- (vi) रेखा
- $6x + 5y = 30$
- द्वारा अक्षों से काटे गये अन्तःखण्ड ज्ञात कीजिए ।

Find the intercept made by the line $6x + 5y = 30$ on the co-ordinate axes. (2×6)

3. (i) सिद्ध कीजिए
- $\sin 10 \sin 50 \sin 60 \sin 70 = \frac{\sqrt{3}}{16}$

Prove that $\sin 10 \sin 50 \sin 60 \sin 70 = \frac{\sqrt{3}}{16}$.

- (ii)
- $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^6$
- के प्रसार में
- x
- रहित पद ज्ञात कीजिए ।

Find the term independent of x in expansion of $\left(\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3x}\right)^6$. (6×2)

4. (i) सिद्ध कीजिए :

Prove that :

$$\begin{vmatrix} a+b+2c & a & b \\ c & b+c+2a & b \\ c & a & c+a+2b \end{vmatrix} = 2(a+b+c)^3$$

- (ii) प्रतिलोम मैट्रिक्स का प्रयोग कर निम्न समीकरण निकाय हल कीजिए :

Solve the following system of equation by using inverse matrix :

$$x + 2y + 3z = 2, 2x + 4y + 5z = 3, 3x + 5y + 6z = 4$$

(6×2)

P.T.O.

5. (i) उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो बिन्दु (4, 5) से गुजरती है तथा सरल रेखा $2x - 3y - 5 = 0$ के समान्तर है।

Find the equation of a line passing through the point (4, 5) and parallel to the straight line $2x - 3y - 5 = 0$.

- (ii) दीर्घवृत्त $3x^2 + 4y^2 = 12$ की उत्केन्द्रता, नाभि, अक्षों की लम्बाई, नियता तथा नाभिलम्ब की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

Find the eccentricity, focus, length of axes, directrix and length of latus rectum of the ellipse $3x^2 + 4y^2 = 12$.

(6×2)

6. (i) सिद्ध कीजिए कि निम्न चार बिन्दु समतलीय हैं :

Prove that the following four points are coplanar :

$$4i + 8j + 12k, 2i + 4j + 6k, 3i + 5j + 5k, 5i + 8j + 5k$$

- (ii) यदि $y = \sin^{-1} \left\{ x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2} \right\}$ तो $\frac{dy}{dx}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $y = \sin^{-1} \left\{ x\sqrt{1-x} - \sqrt{x}\sqrt{1-x^2} \right\}$ then find the value of $\frac{dy}{dx}$.

(6×2)

7. निम्न समाकलन हल कीजिए :

Solve the following integrals :

(i) $\int \frac{x e^x}{(x+1)^2} dx$

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{1 + \sqrt{\tan x}} dx$

(6×2)

8. निम्न अवकल समीकरण हल कीजिए :

Solve the following differential equations :

(i) $x \frac{dy}{dx} + y = x^2$

(ii) $(D^2 + 7D + 12)y = e^{2x}$

(6×2)